

**Bài 1 (10 điểm):**

a) Cho hàm số  $f(x) = \sin(x^2 + 1)$ . Tính giá trị của  $f(1,2345)$ ;  $f'(3,4567)$ ;  $f''(5,6789)$

b) Bắt đầu từ ngày 15/1/2016, cứ vào mỗi ngày 15 hàng tháng, anh A gửi tiết kiệm đều đặn vào ngân hàng mỗi tháng 1 triệu đồng. Lại bắt đầu từ 15/1/2017, do lương tăng, nên cứ vào mỗi ngày 15 mỗi tháng anh A lại gửi thêm tiền tiết kiệm vào ngân hàng 2 triệu đồng. Biết tỉ số lãi suất kép của ngân hàng là 0,7% / tháng không đổi và trong suốt 2 năm anh A chưa rút tiền lần nào. Hỏi nếu vào ngày 15/1/2018, anh A rút cả vốn lẫn lãi được bao nhiêu tiền (đơn vị triệu đồng).

Cách giải	Kết quả	Điểm
a) $f(1,2345) = 0,5790821403$ $f'(x) = 2x \cdot \cos(x^2 + 1)$	$f(1,2345) \approx 0,5791$	2
$f'(3,4567) = 6,414046205$	$f'(3,4567) \approx 6,4140$	2
$f''(x) = 2 \cos(x^2 + 1) - 4x^2 \sin(x^2 + 1)$ $f''(5,6789) = -125,0780818$	$f''(5,6789) \approx -125,0781$	1
b) Số tiền anh A gửi ngày 15/1/2016 là 1 triệu. Khi anh A rút tiền thì số tiền này được tính cả vốn lẫn lãi sau 24 tháng là $1.1,007^{24}$ triệu đồng. Cứ như vậy cho đến số tiền 1 triệu anh A gửi vào ngày 15/12/2016 được tính cả vốn lẫn lãi là $1.1,007^{13}$ triệu đồng. Như vậy số tiền gửi năm 2016 được tính cả vốn lẫn lãi là: $1.(1,007^{13} + 1,007^{14} + \dots + 1,007^{24})$ triệu đồng Tương tự số tiền gửi năm 2017 được tính cả vốn lẫn lãi là: $2.(1,007 + 1,007^2 + \dots + 1,007^{12})$ triệu đồng Vậy số tiền anh A rút được là: $(1,007^{13} + 1,007^{14} + \dots + 1,007^{24}) + 2.(1,007 + 1,007^2 + \dots + 1,007^{12})$ $= (2.1,007 + 1,007^{13})(1 + 1,007 + 1,007^2 + \dots + 1,007^{11})$ $= (2.1,007 + 1,007^{13}) \frac{1,007^{12} - 1}{1,007 - 1} = 38,77743191$ (triệu đồng).	38,7774 triệu đồng	5

**Bài 2 (10 điểm):**

a). Có bao nhiêu cách chọn ra 5 số nguyên dương phân biệt không vượt quá 217 sao cho tổng của chúng là một số chẵn?

b). Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - \sqrt{2016}.x - \sqrt{2017}.y = 0$ . Tìm  $m$  để đường thẳng  $\Delta: \sqrt{2}.x + \sqrt{3}.y + m = 0$  cắt đường tròn được một dây cung có độ dài bằng 20.

Cách giải	Kết quả	Điểm
a) Từ 1 đến 217 có 108 số chẵn và 109 số lẻ. Ta cần chọn 5 số chẵn hoặc 3 số chẵn, 2 số lẻ hoặc 1 số chẵn, 4 số lẻ. Số cách chọn là: $C_{108}^5 + C_{108}^3 C_{109}^2 + C_{108}^1 C_{109}^4 = 1913962500$	1913962500	5
b) Đường tròn (C) có tâm $I\left(\frac{\sqrt{2016}}{2}; \frac{\sqrt{2017}}{2}\right)$ , $R = \frac{\sqrt{4033}}{2}$		1
Gọi $d$ là khoảng cách từ $I$ đến $\Delta$ . $d = \sqrt{\frac{4033}{4} - 10^2} = \frac{\sqrt{3633}}{2}$		2
Ta có phương trình: $\left  \frac{\sqrt{2} \frac{\sqrt{2016}}{2} + \sqrt{3} \frac{\sqrt{2017}}{2} + m}{\sqrt{5}} \right  = \frac{\sqrt{3633}}{2}$ $\Leftrightarrow m = \pm \frac{\sqrt{5}}{2} \sqrt{3633} - \sqrt{2} \frac{\sqrt{2016}}{2} - \sqrt{3} \frac{\sqrt{2017}}{2}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = -3.254305398 \\ m \approx -138.0319 \end{cases}$	$\begin{cases} m \approx -3.2543 \\ m \approx -138.0319 \end{cases}$	2

**Bài 3 (10 điểm):**

a) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số:  $y = e^x(x^2 - x - 1)$  trên đoạn  $[0; 2,017]$ .

b) Giải hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} x + \log_2 y + 2^z = 4 \\ 2x + \log_3 y + 2^{z+2} = 10 \\ 3x + \log_4 y + 3.2^z = 6 \end{cases}$$

Cách giải	Kết quả	Điểm
a)		1
Hàm số $y = e^x(x^2 - x - 1)$ liên tục trên đoạn $[0; 2,017]$		1
$y' = e^x(x^2 + x - 2)$		1
$y' = 0 \Leftrightarrow e^x(x^2 + x - 2) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$		1
• Ta có, $f(1) = e^1(1^2 - 1 - 1) = -2,718282$ $f(0) = e^0(0^2 - 0 - 1) = -1$ $f(2,017) = e^{2,017}(2,017^2 - 2,017 - 1) = 7,901218834$		2

<p>• Vậy, <math>\min_{[0;2,017]} y = -2,718282</math> khi <math>x = 1</math>;  <math>\max_{[0;2,017]} y = 7,901218834</math> khi <math>x = 2,017</math></p>	<p><math>\min_{[0;2,017]} y \approx -2,7183</math>  <math>\max_{[0;2,017]} y \approx 7,9012</math></p>	
$\begin{cases} x + \log_2 y + 2^z = 4 \\ 2x + \log_3 y + 2^{z+2} = 10 \\ 3x + \log_4 y + 3 \cdot 2^z = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \log_2 y + 2^z = 4 \\ 2x + \log_3 2 \cdot \log_2 y + 4 \cdot 2^z = 10 \\ 3x + \log_4 2 \cdot \log_2 y + 3 \cdot 2^z = 6 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1,042884296 \\ \log_2 y = \frac{12}{5} \\ 2^z = 2,642884296 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1,042884296 \\ y = 5,278031643 \\ z = 1,402113266 \end{cases}$	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \approx -1,0429 \\ y \approx 5,2780 \\ z \approx 1,4021 \end{cases}$	

**Bài 4 (10 điểm):** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $20,17$  cm,  $SA$  vuông góc với mặt đáy,  $SA = 40,34$  cm. Xác định tâm và tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$ .

Cách giải	Kết quả	Điểm
<p>Theo giả thiết, <math>\Delta SAC</math> vuông tại <math>A</math>,  <math>\Delta SAB</math> vuông tại <math>B</math> vì <math>\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases}</math></p> <p>Tương tự <math>\Delta SDC</math> vuông tại <math>D</math> vì <math>\begin{cases} DC \perp AD \\ DC \perp SA \end{cases}</math></p> <p><math>A, B, D</math> cùng nhìn <math>SC</math> dưới 1 góc vuông nên <math>A, B, D, S, C</math> cùng thuộc đường tròn đường kính <math>SC</math>, có tâm là trung điểm <math>I</math> của <math>SC</math>.</p> <p>Ta có,  <math>SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{(2 \cdot 20,17)^2 + (20,17 \cdot \sqrt{2})^2}</math>  <math>= 20,17 \cdot \sqrt{6} = 49,40620811</math></p> <p>• Bán kính mặt cầu:  <math>R = \frac{SC}{2} = \frac{20,17\sqrt{6}}{2} = 24,70310406</math></p> <p>• Vậy, diện tích mặt cầu ngoại tiếp <math>S.ABCD</math> là:</p>		<b>4</b>
$S = 4\pi R^2 = 4\pi \left( \frac{20,17\sqrt{6}}{2} \right)^2 = 6\pi (20,17)^2$ <p><b>= 7668,544101</b></p>	<p><b><math>S \approx 7668,5441 \text{ (cm}^2\text{)}</math></b></p>	<b>1</b>

**Bài 5 (10 điểm):**

a) Cho hàm số  $y = x^4 - 4x^2 + 1$  có đồ thị (C). Tính chu vi của tam giác được tạo thành từ ba điểm cực trị của đồ thị (C) của hàm số.

b) Cho hàm  $y = \ln(x^2 + 1)$  có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm thuộc đồ thị có hoành độ  $x_0 = \sqrt{2,017}$  là  $y = ax + b$ . Tính a, b.

Cách giải	Kết quả	Điểm
<p>a) <math>y' = 4x^3 - 8x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}</math></p> <p>Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số: <math>A(0;1), B(-\sqrt{2};-3), C(+\sqrt{2};-3)</math></p> <p><math>C_{\Delta ABC} = AB + BC + CA = 2\sqrt{18} + 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}</math></p>	<p><math>C_{\Delta ABC} \approx 11,3137</math></p>	5
<p>b) Ta có:</p> <p><math>a = f'(\sqrt{2,017}) = \frac{dy}{dx} \ln(x^2 + 1) \Big _{x=\sqrt{2,017}} = 0,9414724905</math></p> <p><math>b = f(\sqrt{2,017}) - a\sqrt{2,017} = -0,2328268642</math></p>	<p><math>a \approx 0,9415</math> <math>b \approx -0,2328</math></p>	5

-----Hết-----