**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**
**TỈNH ĐẮK LẮK**

**ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC**
***(Đáp án này có 08 trang)***

**KỲ THI CẤP TỈNH GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH CẦM TAY**
**Năm học: 2016 -2017**

**MÔN: TOÁN – THPT**
*Thời gian: 90 phút (không kể phát đề)*
**Ngày thi: 20/1/2017**

***Chú ý:***

- *Đề thi có 06 trang.*
- *Thí sinh làm bài trực tiếp vào đề thi này.*

| **ĐIỂM CỦA BÀI THI** | | **GIÁM KHẢO** | | **SỐ PHÁCH (Do chủ tịch hội đồng chấm thi ghi)** |
|---|---|---|---|---|
| **Bằng số** | **Bằng chữ** | **Giám khảo 1** | **Giám khảo 2** | |
| | | | | |

***Quy ước:*** *Khi tính gần đúng chỉ lấy kết quả với 4 chữ số thập phân, số đo góc lấy đến số nguyên giây.*

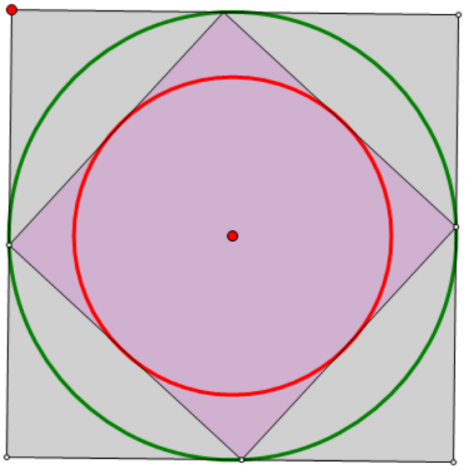
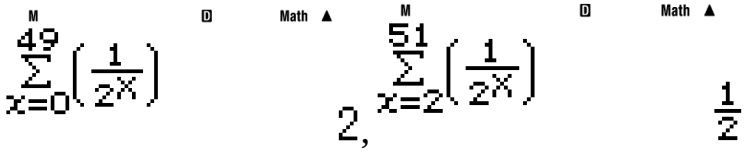
***Câu 1. (10,0 điểm)***

1. Thiết lập quy trình bấm máy để tính tổng $S = 3^1C_2^1 + 3^2C_4^2 + 3^3C_6^3 + ... + 3^9C_{18}^9$.
2. Một người gửi 200 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất được tính như sau: tháng đầu tiên lãi suất là 0,65%, sau mỗi tháng nếu không rút lãi thì lãi được nhập vào gốc và sau mỗi tháng lãi suất tăng thêm 0,05%. Hỏi sau 2 năm người đó không rút lãi thì số tiền của người đó là bao nhiêu.

| **Cách giải** | **Điểm thành phần** |
|---|---|
| 1. Thiết lập quy trình bấm máy để tính tổng $S = 3^1C_2^1 + 3^2C_4^2 + 3^3C_6^3 + ... + 3^9C_{18}^9$.<br>$0 \to A, 0 \to B,\ A = A + 2 : B = B + 3^{A:2}.C_A^{A:2}$. Bấm CALC = cho đến khi A nhận giá trị 18 thì bấm = lần nữa rồi ghi kết quả. $B = 1049674416$. | 3đ |
| 2. Gọi A là vốn ban đầu gửi vào.<br>Gọi B là lãi suất của từng tháng.<br>Gọi C là tổng số tiền nhận được sau từng tháng.<br>Gọi M là số tháng mà người đó gửi tiền.<br>Ta khởi tạo các biến như sau : A=200 (triệu), B=$\frac{0,65}{100}$, M=1.<br>Nhập lệnh :<br>C=A+A×B:B=B+0.05/100:A=C:M=M+1<br>M?<br>Bấm dấu = liên tiếp cho đến khi thấy 24<br>C=A+A×B<br>Bấm thêm dấu = một lần nữa ta được 267.8402968.<br>Vậy sau 2 năm số tiền thu được là C=267,8403 (triệu đồng) | 4đ<br>2đ<br>1đ |

***Câu 2. (10,0 điểm)***

1. Gọi $(H_1)$ là hình vuông có cạnh bằng $2017(cm)$ và có diện tích là $S_1$. $(H_2)$ là hình tròn nội tiếp trong hình vuông $(H_1)$ và có diện tích là $S_2$, $(H_3)$ là hình vuông nội tiếp trong hình tròn $(H_2)$ và có diện tích là $S_3$…cứ tiếp tục quá trình như vậy. Tính $\sum_{i=1}^{100} S_i$.
2. Tìm giới hạn: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\left(\sqrt[2013]{x}-1\right)\left(\sqrt[2015]{x}-1\right)\left(\sqrt[2017]{x}-1\right)\left(\sqrt[2019]{x}-1\right)}{\left(\sqrt[2014]{x}-1\right)\left(\sqrt[2016]{x}-1\right)\left(\sqrt[2018]{x}-1\right)\left(\sqrt[2020]{x}-1\right)}$

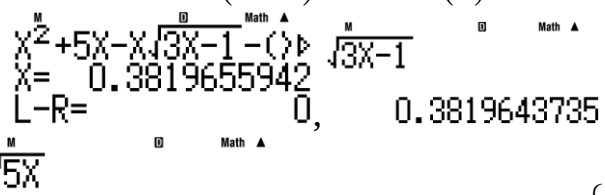
| Cách giải | Điểm thành phần |
|---|---|
| 1. Đặt $a=2017(cm)$, ta có $S_1=a^2$, hình tròn $(H_2)$ có bán kính là $\dfrac{a}{2}$ nên diện tích $S_2=\pi\dfrac{a^2}{4}$, hình vuông $(H_3)$ có đường chéo là $a$ nên cạnh là $\dfrac{a}{\sqrt{2}}$ và $S_3=\dfrac{a^2}{2}$, hình tròn $H_4$ có bán kính là $\dfrac{a}{2\sqrt{2}}$ nên $S_4=\pi\dfrac{a^2}{8}$  | 1đ |
| $\sum_{i=1}^{100} S_i=\left(S_1+S_3+\cdots+S_{99}\right)+\left(S_2+S_4+\cdots+S_{100}\right)$ | 1đ |
| $=\left(a^2+\dfrac{a^2}{2^1}+\dfrac{a^2}{2^2}+\cdots+\dfrac{a^2}{2^{49}}\right)+\left(\pi\dfrac{a^2}{2^2}+\pi\dfrac{a^2}{2^3}+\pi\dfrac{a^2}{2^4}+\cdots+\pi\dfrac{a^2}{2^{51}}\right)$ | |
| $=a^2\left(\dfrac{1}{2^0}+\dfrac{1}{2^1}+\dfrac{1}{2^2}+\cdots+\dfrac{1}{2^{49}}\right)+\pi a^2\left(\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{2^3}+\dfrac{1}{2^4}+\cdots+\dfrac{1}{2^{51}}\right)$ | 1đ |
| Bấm  | 2đ |
| $\sum_{i\geq 1}^{100} S_i\approx 2a^2+\dfrac{\pi a^2}{2}\approx 1452703142\left(cm^2\right)$ | 2đ |
| 2. $I=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\left(\sqrt[2013]{x}-1\right)\left(\sqrt[2015]{x}-1\right)\left(\sqrt[2017]{x}-1\right)\left(\sqrt[2019]{x}-1\right)}{\left(\sqrt[2014]{x}-1\right)\left(\sqrt[2016]{x}-1\right)\left(\sqrt[2018]{x}-1\right)\left(\sqrt[2020]{x}-1\right)}$ | |

| | |
|---|---|
| $=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\left(\sqrt[2013]{x}-1\right)(x-1)^4\left(\sqrt[2015]{x}-1\right)\left(\sqrt[2017]{x}-1\right)\left(\sqrt[2019]{x}-1\right)}{(x-1)^4\left(\sqrt[2014]{x}-1\right)\left(\sqrt[2016]{x}-1\right)\left(\sqrt[2018]{x}-1\right)\left(\sqrt[2020]{x}-1\right)}$ | 1đ |
| Ta có $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[n]{x}-1}{x-1}=\lim\limits_{u\to 1}\dfrac{u-1}{u^n-1}=\lim\limits_{u\to 1}\dfrac{u-1}{(u-1)\left(u^{n-1}+u^{n-2}+\cdots+1\right)}=\dfrac{1}{n}$ | 1đ |
| Suy ra $I=\dfrac{2014.2016.2018.2020}{2013.2015.2017.2019}\approx 1,0020$ | 1đ |

***Câu 3. (10,0 điểm)***

Tìm nghiệm đúng của hệ phương trình sau:

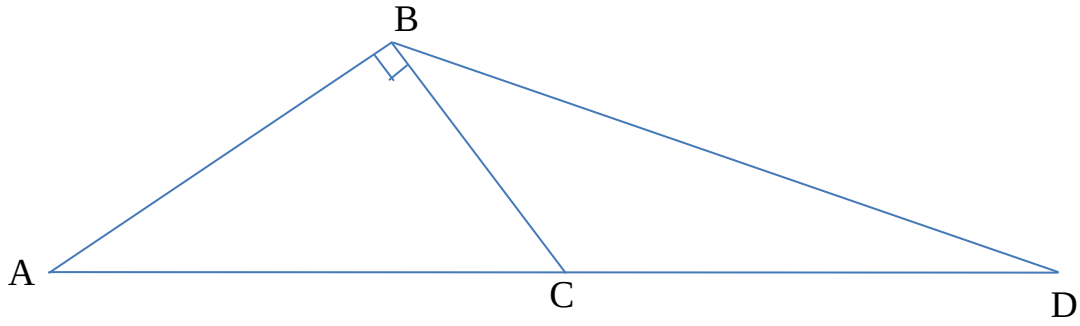
$$\begin{cases} x\sqrt{3x-1}-\dfrac{y^3}{3}-\dfrac{y}{3}=0 \\ x^2+5x-xy-(x+1)\sqrt{5x}=0 \end{cases}$$

| **Cách giải** | **Điểm thành phần** |
|---|---|
| Biến đổi phương trình: $x\sqrt{3x-1}-\dfrac{y^3}{3}-\dfrac{y}{3}=0$ | |
| $\leftrightarrow 3x\sqrt{3x-1}=y^3+y$ | |
| $\leftrightarrow (3x-1)\sqrt{3x-1}+\sqrt{3x-1}=y^3+y(1)$ | 1đ |
| Xét hàm số $f(t)=t^3+t, t\in\mathbb{R}$, $f'(t)=3t^2+1>0\forall t\in\mathbb{R}$ nên $f(t)$ liên tục, đồng biến trên $\mathbb{R}$, $(1)\leftrightarrow f\left(\sqrt{3x-1}\right)=f(y)\leftrightarrow y=\sqrt{3x-1}$, hệ đã cho tương đương với | 1đ |
| $\begin{cases} y=\sqrt{3x-1} \\ x^2+5x-xy-(x+1)\sqrt{5x}=0(2) \end{cases}$ | 2đ |
| Thay $y=\sqrt{3x-1}$ vào phương trình $(2)$ ta được | |
| $x^2+5x-x\sqrt{3x-1}-(x+1)\sqrt{5x}=0(3)$ | |
| Bấm   | |
| và   nên ta có đánh giá $\begin{cases} \sqrt{3x-1}=x \\ \sqrt{5x}=x+1 \end{cases}$. | 3đ |
| Ta biến đổi (3) để xuất hiện $\sqrt{3x-1}-1;\sqrt{5x}-x-1$ | |
| $(3)\leftrightarrow\left(x^2-2x\sqrt{3x-1}+3x-1\right)+\left(x^2+2x+1-2(x+1)\sqrt{5x}+5x\right)=0$ | |
| $\leftrightarrow\left(x-\sqrt{3x-1}\right)^2+\left(x+1-\sqrt{5x}\right)^2=0$ | 1đ |
| $\leftrightarrow\begin{cases} \sqrt{3x-1}=x \\ \sqrt{5x}=x+1 \end{cases}$ | |
| $\leftrightarrow\begin{cases} x^2-3x+1=0 \\ x\geq 1 \end{cases}\leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ x=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$ | 1đ |

| | |
|---|---|
| Vậy hệ có nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}; y=\sqrt{\dfrac{7+3\sqrt{5}}{2}} \\ x=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}; y=\sqrt{\dfrac{7-3\sqrt{5}}{2}} \end{array}\right.$ | 1đ |

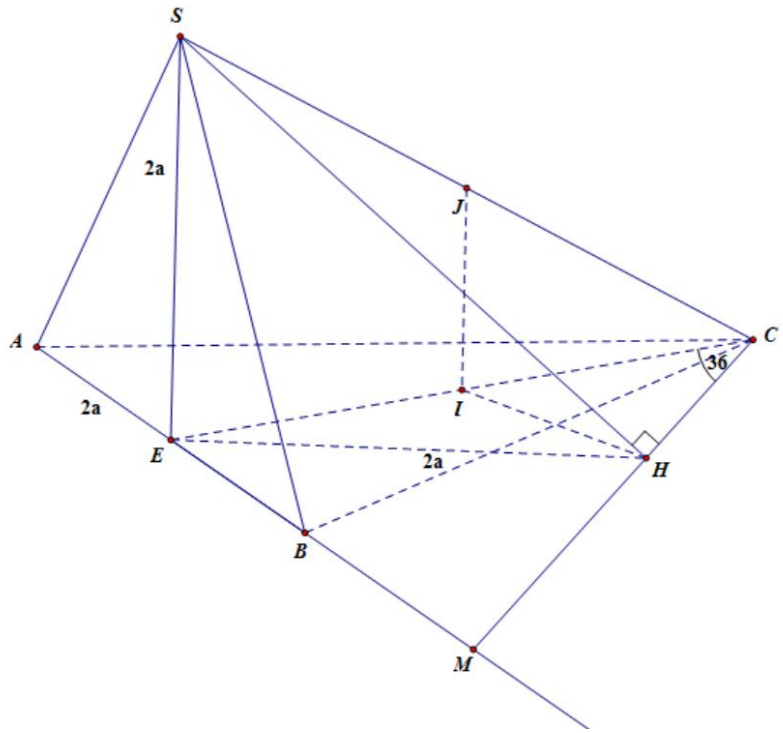
***Câu 4. (10,0 điểm)***

Cho tam giác $ABC$ vuông tại $B$ có $AB = 1$. Trên tia đối tia $CA$ lấy điểm $D$ thỏa $CD = AB$. Biết góc $CBD = 36^0$. Tính $AC$.

| **Cách giải** | **Điểm thành phần** |
|---|---|
|  <br>Đặt AC = x>0.<br>Trong tam giác ABD, xét định lý sin:<br>$\frac{AB}{\sin D} = \frac{AD}{\sin ABD} \Rightarrow \frac{1}{\sin D} = \frac{x+1}{\sin ABD} \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 D} = \frac{(x+1)^2}{\sin^2 126^0}$ (1).<br>Trong tam giác BCD, xét định lý sin:<br>$\frac{BC}{\sin D} = \frac{CD}{\sin CBD} \Rightarrow \frac{\sqrt{x^2-1}}{\sin D} = \frac{1}{\sin 36^0} \Rightarrow \frac{x^2-1}{\sin^2 D} = \frac{1}{\sin^2 36^0}$.<br>$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2 D} = \frac{1}{(x^2-1)\sin^2 36^0}$ (2).<br>Từ (1) và (2) suy ra $\frac{(x+1)^2}{\sin^2 126^0} = \frac{1}{(x^2-1)\sin^2 36^0}$.<br>$\Leftrightarrow (x+1)^2(x^2-1) = \frac{\sin^2 126^0}{\sin^2 36^0}$.<br>$\Leftrightarrow x^4 + 2x^3 - 2x - 1 - \frac{\sin^2 126^0}{\sin^2 36^0} = 0$.<br>Dùng máy bấm ra nghiệm gần đúng $x \approx 1{,}1823$. | 3đ<br>3đ<br>2đ<br>2đ |

***Câu 5. (10,0 điểm)***

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại đỉnh $B$, $BA = BC = \sqrt[2016]{2017}\,(cm)$, hình chiếu vuông góc của $S$ trên mặt phẳng đáy là trung điểm $E$ của $AB$ và $SE = AB$. Gọi $I, J$ lần lượt là trung điểm của $EC, SC$. $M$ là điểm thuộc tia đối của tia $BA$ sao cho $ECM = 36^0$, $H$ là hình chiếu vuông góc của $S$ trên $MC$. Tính thể tích của khối tứ diện $EHIJ$.

| **Cách giải** | **Điểm thành phần** |
|---|---|
|  | |
| Đặt $BA = BC = SE = 2a$ | |
| $IJ$ là đường trung bình của $\Delta SCE$ nên $IJ = a$. | |
| $CM \perp (SHE) \rightarrow CM \perp EH$ | 1đ |
| $EC = a\sqrt{5}$ | 1đ |
| $HC = EC.\cos 36^0 = a\sqrt{5}.\cos 36^0$ | 1đ |
| $S_{\Delta EIH} = \frac{1}{2} S_{\Delta ECH} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.EC.CH.\sin 36^0$ | 1đ |
| $= \frac{1}{4} a\sqrt{5}.a\sqrt{5}\cos 36^0 \sin 36^0 = \frac{5a^2}{8}\sin 72^0$ | 3đ |
| $V_{EHIJ} = \frac{1}{3} IJ.S_{\Delta EIH} = \frac{1}{3} a.\frac{5a^2}{8}\sin 72^0$ | 2đ |
| $= \frac{5a^3}{24}\sin 72^0 \approx 0,0250\left(cm^3\right)$ | 1đ |

**---------- Hết ----------**