SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI LẬP ĐỘI TUYỂN DỰ THI QUỐC GIA**
TỈNH ĐẮK LẮK	**NĂM HỌC 2013 - 2014**
ĐỀ CHÍNH THỨC	**MÔN: TOÁN**
(Đề thi gồm 01 trang)	*(Thời gian làm bài 180 phút, không kể giao đề)*
	Ngày thi: 24/10/2013

Câu 1. (5,0 điểm)

Cho hàm số $y=3\left(1+x^2\right)\sqrt{1+x^2}-\frac{13}{3}\left(1-x^2\right)\sqrt{1-x^2}$ với $x\in[0;1]$.

Lập phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết tiếp tuyến đó có hệ số góc lớn nhất.

Câu 2. (5,0 điểm)

Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{xy}+3\sqrt[4]{xy^3}+4\sqrt[8]{y^3z^5}=1\\ \dfrac{4x}{x+1}+\dfrac{2y}{y+1}+\dfrac{3z}{z+1}=1\\ 8^9x^4y^2z^3=1\end{cases}$

Câu 3. (5,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn $(O;R)$, D là điểm thuộc cung BC không chứa A, gọi H, I, K lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ D đến các cạnh BC, CA, AB. Xác định vị trí của điểm D để tổng $S=\frac{AB}{DK}+\frac{AC}{DI}+\frac{BC}{DH}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 4. (5,0 điểm)

Tìm tất cả các đa thức $P(x)$ có hệ số thực thỏa mãn:

$P(x+1)=P(x)+3x^2+3x+1, \forall x\in R$.

------------- HẾT -------------

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh………………………..........……………… Số báo danh………....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐẮK LẮK	KỲ THI LẬP ĐỘI TUYỂN DỰ THI QUỐC GIA NĂM HỌC 2013 - 2014
ĐỀ CHÍNH THỨC *(Đề thi gồm 01 trang)*	**MÔN: TOÁN** *(Thời gian làm bài 180 phút, không kể giao đề)* **Ngày thi: 25/10/2013**

Câu 1. (5,0 điểm)

Cho dãy các số thực $\{x_n\}$ được xác định như sau: $\begin{cases} x_0 = 2013 \\ x_{n+1} = x_n + \dfrac{1}{x_n} \end{cases}$.

Tìm $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{x_n^2}{n}$

Câu 2. (5,0 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên dương n để phương trình $(x+1)^n + (1-x)^n + (x+3)^n = 0$ có một nghiệm nguyên.

Câu 3. (5,0 điểm)

Chứng tỏ rằng trong 1008 số nguyên dương không vượt quá 2014, luôn tồn tại ít nhất một số chia hết cho một số khác trong đó.

Câu 4. (5,0 điểm)

Cho tứ diện $ABCD$, trên các cạnh AB, AC và AD lần lượt lấy các điểm M, N và P sao cho $AB = k.AM, AC = k.AN$ và $AD = (k+1).AP$ với $k \geq 1$ tùy ý. Chứng minh rằng mặt phẳng (MNP) luôn luôn đi qua một đường thẳng cố định.

-------------- HẾT --------------

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh……………………..........……………… Số báo danh………...

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐẮK LẮK

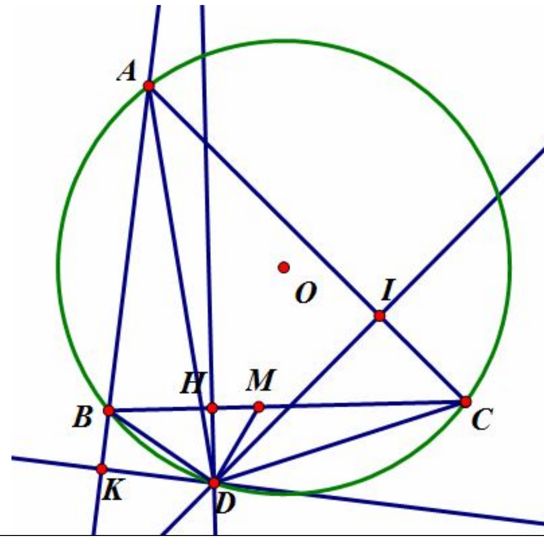
KỲ THI LẬP ĐỘI TUYỂN DỰ THI QUỐC GIA
NĂM HỌC 2013 - 2014

HƯỚNG DẪN CHẤM
(Hướng dẫn chấm gồm có 4 trang)

MÔN: TOÁN
Ngày thi: 24/10/2013

Câu	**Đáp án**	**Điểm**
1	Cho hàm số $y=3\left(1+x^2\right)\sqrt{1+x^2}-\frac{13}{3}\left(1-x^2\right)\sqrt{1-x^2}$ với $x\in\left[0;1\right]$. Lập phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất.	5
	TXĐ: $D=\left[0;1\right]$. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại M(x;y) thuộc đồ thị là: $y'=9x\sqrt{1+x^2}+13x\sqrt{1-x^2}$.	1
	Có $y'=9x\sqrt{1+x^2}+13x\sqrt{1-x^2}=\frac{3}{2}.3x.2\sqrt{1+x^2}+\frac{13}{2}.x.2\sqrt{1-x^2}\le$ $\frac{3}{2}.\frac{1}{2}\left[\left(3x\right)^2+\left(2\sqrt{1+x^2}\right)^2\right]+\frac{13}{2}.\frac{1}{2}\left[x^2+\left(2\sqrt{1-x^2}\right)^2\right]$	1
	$=\frac{3}{4}\left(13x^2+4\right)+\frac{13}{4}\left(4-3x^2\right)=16$	1
	$Max\ y'=16$ khi $\begin{cases}3x=2\sqrt{1+x^2}\\ x=2\sqrt{1-x^2}\\ x\in\left[0;1\right]\end{cases}\leftrightarrow x=\frac{2}{\sqrt{5}}\rightarrow y=\frac{46\sqrt{5}}{15}$	1
	Phương trình tiếp tuyến cần lập là: $y=16\left(x-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)+\frac{46\sqrt{5}}{15}\leftrightarrow y=16x-\frac{10\sqrt{5}}{3}$.	1
2	Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}\sqrt{xy}+3\sqrt[4]{xy^3}+4\sqrt[8]{y^3z^5}=1\\ \frac{4x}{x+1}+\frac{2y}{y+1}+\frac{3z}{z+1}=1\\ 8^9x^4y^2z^3=1\end{cases}$	5
	$\begin{cases}\sqrt{xy}+3\sqrt[4]{xy^3}+4\sqrt[8]{y^3z^5}=1\left(1\right)\\ \frac{4x}{x+1}+\frac{2y}{y+1}+\frac{3z}{z+1}=1\left(2\right)\\ 8^9x^4y^2z^3=1\left(3\right)\end{cases}$ Từ (3) suy ra $z>0$, kết hợp với (1) suy ra $y>0;x>0$	1
	Từ (2) ta có:	1

	$*\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{3x}{x+1}+\dfrac{2y}{y+1}+\dfrac{3z}{z+1}$ $=\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{y}{y+1}+\dfrac{y}{y+1}+\dfrac{z}{z+1}+\dfrac{z}{z+1}+\dfrac{z}{z+1}$ $\geq 8\sqrt[8]{\dfrac{x^3}{(x+1)^3}\dfrac{y^2}{(y+1)^2}\dfrac{z^3}{(z+1)^3}}$ $*\dfrac{1}{y+1}=\dfrac{4x}{x+1}+\dfrac{y}{y+1}+\dfrac{3z}{z+1}=$ $\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{y}{y+1}+\dfrac{z}{z+1}+\dfrac{z}{z+1}+\dfrac{z}{z+1}$ $\geq 8\sqrt[8]{\dfrac{x^4}{(x+1)^4}\dfrac{y}{(y+1)}\dfrac{z^3}{(z+1)^3}}$ $*\dfrac{1}{z+1}=\dfrac{4x}{x+1}+\dfrac{2y}{y+1}+\dfrac{2z}{z+1}=$ $\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{y}{y+1}+\dfrac{y}{y+1}+\dfrac{z}{z+1}+\dfrac{z}{z+1}$ $\geq 8\sqrt[8]{\dfrac{x^4}{(x+1)^4}\dfrac{y^2}{(y+1)^2}\dfrac{z^2}{(z+1)^2}}$.	
	Từ các bất đẳng thức trên ta được: $\dfrac{1}{(x+1)^4}\geq 8^4\sqrt[8]{\dfrac{x^{12}y^8z^{12}}{(x+1)^{12}(y+1)^8(z+1)^{12}}}$ $\dfrac{1}{(y+1)^2}\geq 8^2\sqrt[8]{\dfrac{x^8y^2z^6}{(x+1)^8(y+1)^2(z+1)^6}}$ $\dfrac{1}{(z+1)^3}\geq 8^3\sqrt[8]{\dfrac{x^{12}y^6z^6}{(x+1)^{12}(y+1)^6(z+1)^6}}$	1
	Nhân vế với vế các bđt: $\dfrac{1}{(x+1)^4(y+1)^2(z+1)^3}\geq 8^9\sqrt[8]{\dfrac{x^{32}y^{16}z^{24}}{(x+1)^{32}(y+1)^{16}(z+1)^{24}}}=$ $8^9\dfrac{x^4y^2z^3}{(x+1)^4(y+1)^2(z+1)^3}\leftrightarrow 8^9x^4y^2z^3\leq 1$, kết hợp với (3) thì dấu "=" xảy ra nên: $\dfrac{x}{x+1}=\dfrac{y}{y+1}=\dfrac{z}{z+1}$, kết hợp với (2) ta được $\dfrac{x}{x+1}=\dfrac{y}{y+1}=\dfrac{z}{z+1}=\dfrac{1}{9}$	1

	$\leftrightarrow x=y=z=\dfrac{1}{8}$ thỏa mãn (1). Vậy hệ có nghiệm $x=y=z=\dfrac{1}{8}$.	1
3	Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn $(O;R)$, D là điểm thuộc cung BC không chứa A của $(O;R)$, gọi H, I, K lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ D đến các cạnh BC, CA, AB. Xác định vị trí của điểm D để tổng $S=\dfrac{AB}{DK}+\dfrac{AC}{DI}+\dfrac{BC}{DH}$ đạt giá trị nhỏ nhất. 	5
	Vẽ DM ($M\in BC$) thỏa mãn $\widehat{BDA}=\widehat{MDC}$. ΔDAB đồng dạng ΔDCM nên $\dfrac{AB}{DK}=\dfrac{MC}{DH}$	1
	ΔDBM đồng dạng ΔDAC nên $\dfrac{AC}{DI}=\dfrac{BM}{DH}$	1
	Do đó: $S=\dfrac{AB}{DK}+\dfrac{AC}{DI}+\dfrac{BC}{DH}=\dfrac{MC}{DH}+\dfrac{BM}{DH}+\dfrac{BC}{HD}=2\dfrac{BC}{HD}$	1
	Để S nhỏ nhất thì HD lớn nhất	1
	khi đó D là điểm chính giữa của cung BC không chứa A	1
4	Tìm tất cả các đa thức $P(x)$ có hệ số thực thỏa mãn: $P(x+1)=P(x)+3x^2+3x+1,\forall x\in R$	5
	$P(x+1)=P(x)+3x^2+3x+1,\forall x\in R \leftrightarrow$ $P(x+1)+x^3=P(x)+x^3+3x^2+3x+1,\forall x\in R \leftrightarrow$	1
	$P(x+1)-(x+1)^3=P(x)-x^3,\forall x\in R(1)$. Đặt $Q(x)=P(x)-x^3$, (1) $\leftrightarrow Q(x+1)=Q(x)(2)$.	1
	Cho x các giá trị: $x=0;1;2;3;\ldots$, từ (2) ta được: $Q(0)=Q(1)=Q(2)=Q(3)=\ldots$, từ đó suy ra phương trình (2) có vô số nghiệm $x\in N$ nên $Q(x+1)-Q(x)\equiv 0$	1
	$\leftrightarrow Q(x)=a$, với a là hằng số, suy ra $P(x)=x^3+a$.	1

	Thử lại: $P(x+1)=(x+1)^3+a$, $P(x)+3x^2+3x+1=x^3+a+3x^2+3x+1=(x+1)^3+a$ nên $P(x+1)=P(x)+3x^2+3x+1, \quad \forall x\in R$. Vậy $P(x)=x^3+a$, với a là hằng số.	1

----- Hết -----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐẮK LẮK

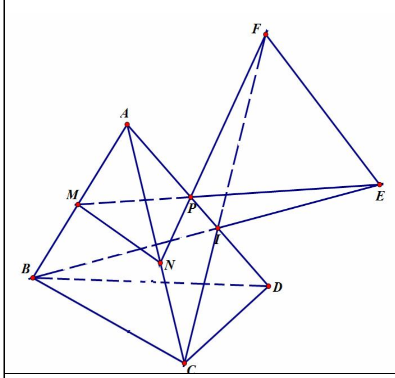
KỲ THI LẬP ĐỘI TUYỂN DỰ THI QUỐC GIA
NĂM HỌC 2013 - 2014

HƯỚNG DẪN CHẤM
(Hướng dẫn chấm gồm có 3 trang)

MÔN: TOÁN
Ngày thi: 25/10/2013

Câu	Đáp án	Điểm
1	Cho dãy các số thực $\left\{x_n\right\}$ được xác định như sau: $\begin{cases} x_0=2013 \\ x_{n+1}=x_n+\dfrac{1}{x_n} \end{cases}$. Tìm $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{x_n^2}{n}$	5
	Từ $x_{n+1}=x_n+\dfrac{1}{x_n}\Rightarrow x_{n+1}^2=x_n^2+\dfrac{1}{x_n^2}+2\left(1\right)>x_n^2+2$ $\Rightarrow\begin{cases} x_1^2>x_0^2+2 \\ x_2^2>x_1^2+2 \\ .... \\ x_n^2>x_{n-1}^2+2 \end{cases}\Rightarrow x_n^2>x_0^2+2n\left(2\right)$ Kết hợp (1), (2) ta được: $x_{n+1}^2<x_n^2+2+\dfrac{1}{x_0^2+2n}<x_n^2+2+\dfrac{1}{2n'}\left(n\ge1\right)$	1
	$\Rightarrow\begin{cases} x_2^2>x_1^2+2+\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{1} \\ x_2^2>x_1^2+2+\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} \\ .... \\ x_n^2>x_{n-1}^2+2+\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{n-1} \end{cases}$ $\Rightarrow x_n^2<x_1^2+2(n-1)+\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{2}+...+\dfrac{1}{n-1})$ $<x_1^2+2(n)+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{2}+...+\dfrac{1}{n}\right)$ $<x_1^2+2n+\dfrac{1}{2}\sqrt{\left(1^2+...+1^2\right)\left(\dfrac{1}{1^2}+...+\dfrac{1}{n^2}\right)}$ $<x_1^2+2n+\dfrac{1}{2}\sqrt{n\left(\dfrac{1}{1-1}+\dfrac{1}{1-2}+...+\dfrac{1}{(n-1)^n}\right)}$ $<x_1^2+2n+\dfrac{1}{2}\sqrt{n\left(1-\dfrac{1}{n}\right)}$	1

	$\Rightarrow x_n^2 < x_1^2 + 2n + \frac{1}{2}\sqrt{n}$	
	Tóm lại : từ (2) và (3) ta có : $x_0^2 + 2n < x_n^2 < x_1^2 + 2n + \frac{1}{2}\sqrt{n} \quad (n \geq 1)$ $\Rightarrow \frac{x_0^2}{n} + 2 < \frac{x_n^2}{n} < \frac{x_1^2}{n} + 2 + \frac{1}{2\sqrt{n}}$	1
	Mà $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{x_0^2}{n}+2\right)=2; \qquad \lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{x_1^2}{n}+2+\frac{1}{2\sqrt{n}}\right)=2$	1
	Vậy $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{x_n^2}{n}=2;$	1
2	Tìm tất cả các số nguyên dương n để phương trình $(x+1)^n+(1-x)^n+(x+3)^n=0$ có một nghiệm nguyên.	5
	Trường hợp 1 : n là số tự nhiên chẵn thì $(x+1)^n+(1-x)^n+(x+3)^n \geq 0, \ \forall x \in R$ $\Rightarrow$ dấu $(=)$ xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ 1-x=0 \\ 3+x=0 \end{cases}$ vô nghiệm $\Rightarrow n$ không thỏa mãn.	1
	Trường hợp 2 : n = 1, phương trình có 1 nghiệm nguyên $(x=-5)$ $\Rightarrow \ n=1$ thỏa mãn.	1
	Trường hợp 3 : n là số tự nhiên lẻ $(n \geq 3)$ Nếu nghiệm nguyên x là số chẵn thì vế trái phương trình là số lẻ, vô lý. Vậy nghiệm nguyên nếu có phải là số lẻ :	1
	Đặt : $(x+1=2y)$, phương trình trở thành : $(2y)^n+(2-2y)^n+(2+2y)^n=0$ $\Leftrightarrow y^n+(1-y)^n+(1+y)^n=0$ $\Leftrightarrow y^n+\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k(-1).y^k+\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k.y^k=0$ $\Leftrightarrow y^n+2\left(C_n^0+C_n^2y^2+...+C_n^{n-1}y^{n-1}\right)=0$ $\Leftrightarrow y^n+2+2\left(C_n^2y^2+...+C_n^{n-1}y^{n-1}\right)=0$ $\Rightarrow 2+2y^2\left(C_n^2+...+C_n^{n-1}y^{n-3}\right)=-y^n$ $\Rightarrow 2 \vdots y$ $\Rightarrow y=\pm1$ hoặc $y=\pm2$	1
	Kiểm tra : không thỏa mãn Kết luận : $n=1$	1
3	Chứng tỏ rằng trong 1008 số nguyên dương không vượt quá 2014 luôn tồn tại ít nhất một số chia hết cho một số khác trong đó.	5

	Giả sử cho 1008 số nguyên dương bất kỳ $a_1, a_2, ..., a_{1008}$ không quá 2014. Ta biểu diễn các số $a_i = 2^{k_i}.q_i$ với k_i nguyên không âm, còn q_i là số nguyên dương lẻ, $q_i < 2014$, $i = \overline{1,1008}$.	1
	Chỉ có 1007 số nguyên dương lẻ nhỏ hơn 2014	1
	Vậy trong 1008 số nguyên dương lẻ $q_1, q_2, ..., q_{1008}$ nhỏ hơn 2014	1
	Theo nguyên lý Diricblet tồn tại i, j sao cho $q_i = q_j$ ứng với hai số $a_i = 2^{k_i}.q_i$, $a_j = 2^{k_j}.q_j$, $k_i \le k_j$ hoặc $k_j \le k_i$ $(i, j = \overline{1,1008})$	1
	$\Rightarrow a_j \vdots a_i$ hoặc $a_i \vdots a_j$ (điều phải chứng minh)	1
4	Cho tứ diện $ABCD$, trên các cạnh AB, AC và AD lần lượt lấy các điểm M, N và P sao cho $AB = k.AM, AC = k.AN$ và $AD = (k+1).AP$ với $k \ge 1$ tùy ý. Hãy chứng minh rằng mặt phẳng (MNP) luôn luôn đi qua một đường thẳng cố định.	5
	Gọi I là trung điểm cạnh AD Xét tam giác ABD : trên đường thẳng BI lấy điểm E sao cho BE nhận I làm trung điểm. Từ giả thiết ta có : $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{k+1}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{k}\overrightarrow{AB}$ (1)	1
	 Mặt khác : $\overrightarrow{ME} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AM}$ ($ABCD$ là hình bình hành) $= \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} - \frac{1}{k}\overrightarrow{AB}$ $\Rightarrow \overrightarrow{ME} = \overrightarrow{AD} - \frac{(k+1)}{k}\overrightarrow{AB}$ (2)	1
	Từ (1) và (2) $\rightarrow$ hai véc tơ : $\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{ME}$ cùng phương Vậy MP đi qua điểm E cố định.	1
	Tương tự NP qua điểm P cố định (I là trung điểm của CF)	1
	Tóm lại mặt phẳng (MNP) luôn luôn đi qua một đường thẳng cố định EF (Điều phải chứng minh)	1

-------- Hết --------