|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐẮK LẮK **Trường THPT Ngô Gia Tự** |  **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI** Môn: Toán 10 – Lần thứ nhấtThời gian làm bài: 180 phút (*không kể thời gian phát đề*)  *Năm học: 2019 – 2020* |

**Câu 1** (*3 điểm*). Giải phương trình sau: 

**Câu 2** (*4 điểm*). Gọi *H* là trực tâm của tam giác *ABC* có 3 góc nhọn với 3 đường cao . Chứng minh rằng:  . Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

**Câu 3** (*4 điểm*). Xét các số thực dương  thỏa mãn  Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức



**Câu 4** (*3 điểm*). Chotập . Hãy tìm số nguyên dương k nhỏ nhất sao cho trong mỗi tập con gồm k phần tử của A đều tồn tại hai số phân biệt a, b mà  là một số nguyên tố.

**Câu 5** (*3 điểm*). Với *n* là số tự nhiên chẵn. Chứng minh rằng  chia hết cho 323.

**Câu 6.** *(3 điểm).* Tìm tất cả các hàm  thõa mãn đồng thời các điều kiện:

a) 

b) 

…………………………. Hết ………………………….

|  |  |
| --- | --- |
|  SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐẮK LẮK **Trường THPT Ngô Gia Tự** | **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI** Môn: Toán 10 – Lần thứ nhất *Năm học: 2019 – 2020* |

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

Lưu ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn được điểm tối đa.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Câu*** | ***ĐÁP ÁN*** | ***Điểm*** |
| **Câu 1** |  Giải phương trình sau:   | *3,0* |
|  Điều kiện:    | *1,0**1,0**1,0* |
|  Đặt   Phương trình trở thành:    |
| \* Với  thì ta có  \* Với  thì ta có Kết luận: Phương trình có nghiệm duy nhất . |
| **Câu 2** | Gọi *H* là trực tâm của tam giác *ABC* có 3 góc nhọn với 3 đường cao . Chứng minh rằng: . Dấu đẳng thức xảy ra khi nào? | *4,0* |
|  Giả sử diện tích các tam giác *ABC*; *HBC*; *HAC*; *HAB* lần lượt là: , khi đó ta có Mà  | *2,0* |
|  Ta có: với  là các số dương thì .  Đẳng thức xảy ra khi  Từ đó suy ra . Đẳng thức xảy ra khi . Tức là tam giác *ABC* là tam giác đều. | *2,0* |
| **Câu 3** |  Xét các số thực dương  thỏa mãn  Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức . | *4,0* |
|  Theo bất đẳng thức AM-GM, ta có  dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi   dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi   dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  | *2,0* |
|  Cộng ba bất đẳng thức cùng chiều, thu được  (1) Mặt khác, do  nên  (chia hai vế cho 4) (2) | *1,0* |
|  Cộng (1) và (2), vế đối vế, ta được  Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức *L* bằng 13, đạt được khi  | *1,0* |
| ***Câu 4*** | Chotập . Hãy tìm số nguyên dương k nhỏ nhất sao cho trong mỗi tập con gồm k phần tử của A đều tồn tại hai số phân biệt a, b mà  là một số nguyên tố. | *3,0* |
| Nếu a, b chẵn thì  là hợp số. Do đó nếu tập con X của A có hai phần tử phân biệt a, b mà  là một số nguyên tố thì X không chỉ chứa các số chẵn. Suy ra: .  | *1,0* |
|  Ta chứng tỏ  là giá trị nhỏ nhất cần tìm. Điều đó có ý nghĩa là với mọi tập con X gồm 9 phần tử bất kì của A luôn tồn tại hai phần tử phân biệt a, b mà  là một số nguyên tố. Để chứng minh khẳng định trên ta chia tập A thành các cặp hai phần tử phân biệt a, b mà  là một số nguyên tố, ta có tất cả 8 cặp: , , , , , , , .  | *1,0* |
|  Theo nguyên lí Dirichlet thì 9 phần tử của X có hai phần tử cùng thuộc một cặp và ta có điều phải chứng minh. | *1,0* |
| ***Câu 5*** |  Với *n* là số tự nhiên chẵn. Chứng minh rằng  chia hết cho 323. | *3,0* |
|  Ta có 323=17.19+  Vì  và  do n chẵn . | *1,0* |
| +  Vì  và  do n chẵn. | *1,0* |
|  Mặt khác (17;19)=1  | *1,0* |
| ***Câu 6*** | Tìm tất cả các hàm  thõa mãn đồng thời các điều kiện:a)  b)  | *3,0* |
|  Cho m = 1, Từ b) ta có , (\*).(c) | *1,0* |
|  Ta tính vài giá trị đầu của f(n):- Cho n = 1, từ a) ta có - Cho n = 2, từ (c) ta có - Cho n = 3, từ (c) ta có - Cho n = 4, từ (c) ta có  Ta chứng minh ,, (d) | *1,0* |
| - Với n = 1 thì (d) đúng- Giả sử (d) đúng với n = k. Tức là - Cần chứng minh (d) cũng đúng với n = k + 1. Tức là Thật vậy, Theo (c) ta cóVậy (d) đúng . Mặt khác do có (\*) nên nếu f thoả mãn đề bài thì f được xác định duy nhất. Vậy hàm số cần tìm là ,. | *1,0* |