|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐẮK LẮK  **Trường THPT Ngô Gia Tự** | **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI**  Môn: Toán 10 – Lần thứ nhất  Thời gian làm bài: 180 phút (*không kể thời gian phát đề*)  *Năm học: 2019 – 2020* |

**Câu 1** (*3 điểm*). Giải phương trình sau: 

**Câu 2** (*4 điểm*). Gọi *H* là trực tâm của tam giác *ABC* có 3 góc nhọn với 3 đường cao . Chứng minh rằng:  . Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

**Câu 3** (*4 điểm*). Xét các số thực dương  thỏa mãn  Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức



**Câu 4** (*3 điểm*). Chotập . Hãy tìm số nguyên dương k nhỏ nhất sao cho trong mỗi tập con gồm k phần tử của A đều tồn tại hai số phân biệt a, b mà  là một số nguyên tố.

**Câu 5** (*3 điểm*). Với *n* là số tự nhiên chẵn. Chứng minh rằng  chia hết cho 323.

**Câu 6.** *(3 điểm).* Tìm tất cả các hàm  thõa mãn đồng thời các điều kiện:

a) 

b) 

…………………………. Hết ………………………….

|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐẮK LẮK  **Trường THPT Ngô Gia Tự** | **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI**  Môn: Toán 10 – Lần thứ nhất  *Năm học: 2019 – 2020* |

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

Lưu ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn được điểm tối đa.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Câu*** | ***ĐÁP ÁN*** | ***Điểm*** |
| **Câu 1** | Giải phương trình sau: | *3,0* |
| Điều kiện: | *1,0*  *1,0*  *1,0* |
| Đặt  Phương trình trở thành: |
| \* Với  thì ta có  \* Với  thì ta có  Kết luận: Phương trình có nghiệm duy nhất . |
| **Câu 2** | Gọi *H* là trực tâm của tam giác *ABC* có 3 góc nhọn với 3 đường cao . Chứng minh rằng: . Dấu đẳng thức xảy ra khi nào? | *4,0* |
| Giả sử diện tích các tam giác *ABC*; *HBC*; *HAC*; *HAB* lần lượt là: , khi đó ta có  Mà | *2,0* |
| Ta có: với  là các số dương thì .  Đẳng thức xảy ra khi  Từ đó suy ra . Đẳng thức xảy ra khi . Tức là tam giác *ABC* là tam giác đều. | *2,0* |
| **Câu 3** | Xét các số thực dương  thỏa mãn  Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức . | *4,0* |
| Theo bất đẳng thức AM-GM, ta có  dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi | *2,0* |
| Cộng ba bất đẳng thức cùng chiều, thu được  (1)  Mặt khác, do  nên  (chia hai vế cho 4) (2) | *1,0* |
| Cộng (1) và (2), vế đối vế, ta được  Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức *L* bằng 13, đạt được khi | *1,0* |
| ***Câu 4*** | Chotập . Hãy tìm số nguyên dương k nhỏ nhất sao cho trong mỗi tập con gồm k phần tử của A đều tồn tại hai số phân biệt a, b mà  là một số nguyên tố. | *3,0* |
| Nếu a, b chẵn thì  là hợp số. Do đó nếu tập con X của A có hai phần tử phân biệt a, b mà  là một số nguyên tố thì X không chỉ chứa các số chẵn. Suy ra: . | *1,0* |
| Ta chứng tỏ  là giá trị nhỏ nhất cần tìm. Điều đó có ý nghĩa là với mọi tập con X gồm 9 phần tử bất kì của A luôn tồn tại hai phần tử phân biệt a, b mà  là một số nguyên tố. Để chứng minh khẳng định trên ta chia tập A thành các cặp hai phần tử phân biệt a, b mà  là một số nguyên tố, ta có tất cả 8 cặp: , , , , , , , . | *1,0* |
| Theo nguyên lí Dirichlet thì 9 phần tử của X có hai phần tử cùng thuộc một cặp và ta có điều phải chứng minh. | *1,0* |
| ***Câu 5*** | Với *n* là số tự nhiên chẵn. Chứng minh rằng  chia hết cho 323. | *3,0* |
| Ta có 323=17.19  +  Vì  và  do n chẵn . | *1,0* |
| +  Vì  và  do n chẵn. | *1,0* |
| Mặt khác (17;19)=1 | *1,0* |
| ***Câu 6*** | Tìm tất cả các hàm  thõa mãn đồng thời các điều kiện:  a)  b) | *3,0* |
| Cho m = 1, Từ b) ta có  , (\*)  .(c) | *1,0* |
| Ta tính vài giá trị đầu của f(n):  - Cho n = 1, từ a) ta có  - Cho n = 2, từ (c) ta có  - Cho n = 3, từ (c) ta có  - Cho n = 4, từ (c) ta có  Ta chứng minh ,, (d) | *1,0* |
| - Với n = 1 thì (d) đúng  - Giả sử (d) đúng với n = k. Tức là  - Cần chứng minh (d) cũng đúng với n = k + 1. Tức là  Thật vậy, Theo (c) ta có  Vậy (d) đúng . Mặt khác do có (\*) nên nếu f thoả mãn đề bài thì f được xác định duy nhất. Vậy hàm số cần tìm là ,. | *1,0* |