|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐẮK LẮK  **Trường THPT Ngô Gia Tự** | **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI**  Môn: Toán 11 – Lần thứ nhất  Thời gian làm bài: 180 phút (*không kể thời gian phát đề*)  *Năm học: 2019 – 2020* |

Câu 1 (*2 điểm*).

a) Giải phương trình: 

b). Cho 2019 tập hợp , mỗi tập hợp có 45 phần tử và hai tập bất kì có đúng một phần tử chung. Chứng minh rằng tồn tại một phần tử thuộc tất cả 2019 tập hợp trên

Câu 2 (*2 điểm*).

a).Giải phương trình



b). Giải hệ phương trình  

Câu 3 (*2 điểm*).

a). Cho phương trình: 

Giả sử phương trình có nghiệm, chứng minh: 

b). Cho dãy số  xác định như sau: 

Đặt . Tìm giới hạn của dãy số ?

Câu 4 (*2 điểm*).

a). Tìm các số nguyên tố p và q sao cho 

b). Gọi *A* là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập *A*, tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1.

Câu 5 (*2 điểm*).

a). Tìm tất cả các hàm số thỏa mãn

.

b). Cho tam giáccó. Gọi  lần lượt là trung điểm của. Đường phân giác trong của góc  cắt tại . Đường tròn nội tiếp của tam giác tiếp xúc với lần lượt tại . Chứng minh rằng  thẳng hàng.

…………………………. Hết ………………………….

|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐẮK LẮK  **Trường THPT Ngô Gia Tự** | **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI**  Môn: Toán 10 – Lần thứ nhất  *Năm học: 2019 – 2020* |

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Câu | Đáp án | Điểm |
| Câu 1 (*2 điểm*) | |  |
| a(*1 điểm*) | Ta nhận thấy  Vậy pt(2) vô nghiệm. Phương trình có nghiệm là: |  |
| b(*1 điểm*) | Xét tập A trong 2019 tập hợp.  Xem mỗi phần tử của A là một ngăn kéo, ta có:  2019 = 45.44+39 nên theo Đirichlê mỗi phần tử của A là phần tử chung ít nhất 45 tập hợp  Gọi a là phần tử chung của 46 tập hợp.Theo giả thiết hai tập bất kì trong 46 tập hợp này không có phần tử chung khác a.  Ta chứng minh a thuộc tập B bất kì trong 1973 tập hợp còn lại  Thật vậy, nếu  thì tập B cùng với mỗi tập sẽ có một phần tử chung khác a. Suy ra tập B có ít nhất 46 phần tử ( Vô lý)  Vậy tồn tại một phần tử thuộc tất cả 2019 tập hợp trên (đpcm) |  |
| Câu2  (*2 điểm*) |  |  |
| a) | PT:      Vì >0 và >0 với mọi x  Nên (2) |  |
| b) | ĐK:  Bình phương hai vế phương trình (2) ta được:    Ta có:  Kết hợp với (3) và (4) ta có phương trình:    Với  thay vào (3) ta được  Với  thay vào (3) ta được  Thử lại ta thấy thỏa mãn điều kiện.  Vậy hệ có hai nghiệm |  |
| Câu 3 |  |  |
| a) | Gọi  là nghiệm của phương trình ()    Ta có:    Suy ra:  với  Mặt khác:  (đúng do ).  Vậy .  Dấu bằng xảy ra khi (ứng với )  (ứng với) |  |
| b) | (\*)Ta có:  Thật vậy, .  Giả sử ta có  .  Vậy theo quy nạp ta chứng minh được , hơn nữa dãy số là dãy tăng.  (\*)Nếu dãy số bị chặn trên thì lim=L . Khi đó  ( Vô lý) . Suy ra:  (\*) Ta có:    Do đó  Suy ra |  |
| Câu 4 |  |  |
| a) | Ta có: (1)  Khi đó  hoặc  Nếuthì p<q    ( vô lý )  Nếu  (2)  Từ (1) ta được: p -1 = k.(q-1) (3)  Từ (2) và (3) suy ra:  Ta có  Với  thì .Vì là số chính phương nên    ( vô nghiệm)  Vậy  Nhận xét k=3 thỏa là số chính phương. KL: q=7, p=19 |  |
| b) | Số các số tự nhiên có 5 chữ số là  Giả sử số tự nhiên có 5 chữ số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1 là:  Ta có  chia hết cho 7 khi và chỉ khi  chia hết cho 7. Đặt  là số nguyên khi và chỉ khi  Khi đó ta được:  suy ra số cách chọn ra *t* sao cho số  chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1 là 1286.  Vậy xác suất cần tìm là: |  |
| Câu 5 |  |  |
| a) | Đặt f(0) = a. ta có ( 1) tương đương với    Trường hợp 1: f(y) = 0. Dễ thấy f(x) = 0,  thỏa mãn (1)  Trường hợp 2: Tồn tại . Khi đó trong (2) thay y bởi ta được    Vế phải của (3) có tập giá trị R nên vế trái có tập giá trị R. Suy ra với tồn tại u, v sao cho .  Trong (1) thay x =0 ta được:  Trong (1) thay x bởi  ta được:    Từ đó ta có:    Thử lại ta thấy hàm số thỏa mãn  Vậy hàm số cần tìm là: ( a là hằng số bất kì) |  |
| b) | \*)Gọi Q là giao điểm của AP và BC, suy ra P là trung điểm của AQ, tam giác ACQ cân tại C.  suy ra .        suy ra cùng phương với do đó P, M, N thẳng hàng. |  |